2019 年全国硕士研究生招生考试数学一试题

姓名________ 分数________

一、选择题:1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的.

1. 当 $x\to 0$ 时,若 $x-\tan x$ 与 x^k 是同阶无穷小,则 $k=$

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x|x|, & x\leqslant 0, \\ x\ln x, & x>0,\end{cases}$ 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的

A. 可导点,极值点. B. 不可导点,极值点.

C. 可导点,非极值点. D. 不可导点,非极值点.

3. 设 $\{u_n\}$ 是单调增加的有界数列,则下列级数中收敛的是

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{u_n}{n}$. B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{1}{u_n}$.

C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(1-\dfrac{u_n}{u_{n+1}}\right)$. D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_{n+1}^2-u_n^2)$.

4. 设函数 $Q(x,y)=\dfrac{x}{y^2}$. 如果对上半平面($y>0$)内的任意有向光滑封闭曲线 C 都有 $\oint_C P(x,y)\mathrm{d}x+Q(x,y)\mathrm{d}y=0$,那么函数 P(x,y) 可取为

A. $y-\dfrac{x^2}{y^3}$. B. $\dfrac{1}{y}-\dfrac{x^2}{y^3}$.

C. $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$. D. $x-\dfrac{1}{y}$.

5. 设 $\boldsymbol{A}$ 是 3 阶实对称矩阵,$\boldsymbol{E}$ 是 3 阶单位矩阵. 若 $\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{A}=2\boldsymbol{E}$,且 $|\boldsymbol{A}|=4$,则二次型 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ 的规范形为

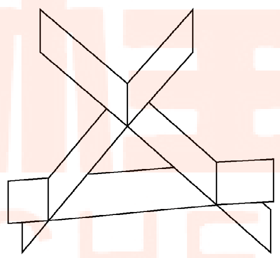
A. $y_1^2+y_2^2+y_3^2$. B. $y_1^2+y_2^2-y_3^2$.

C. $y_1^2-y_2^2-y_3^2$. D. $-y_1^2-y_2^2-y_3^2$.

6. 如图所示,有 3 张平面两两相交,交线相互平行,它们的方程

$$a_{i1}x+a_{i2}y+a_{i3}z=d_i\ (i=1,2,3)$$

组成的线性方程组的系数矩阵和增广矩阵分别记为 $\boldsymbol{A},\overline{\boldsymbol{A}}$,则



A. $r(\boldsymbol{A})=2, r(\overline{\boldsymbol{A}})=3$.

B. $r(\boldsymbol{A})=2, r(\overline{\boldsymbol{A}})=2$.

C. $r(\boldsymbol{A})=1, r(\overline{\boldsymbol{A}})=2$.

D. $r(\boldsymbol{A})=1, r(\overline{\boldsymbol{A}})=1$.

7. 设 A,B 为随机事件,则 $P(A)=P(B)$ 的充分必要条件是

A. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$. B. $P(AB)=P(A)P(B)$.

C. $P(A\overline{B})=P(B\overline{A})$. D. $P(AB)=P(\overline{A}\,\overline{B})$.

8. 设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,则 $P\{|X-Y|<1\}$

A. 与 μ 无关,而与 σ^2 有关. B. 与 μ 有关,而与 σ^2 无关.

C. 与 μ,σ^2 都有关. D. 与 μ,σ^2 都无关.

二、填空题:9~14 小题,每小题 4 分,共 24 分.

9. 设函数 $f(u)$ 可导,$z=f(\sin y-\sin x)+xy$,则 $\dfrac{1}{\cos x}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{1}{\cos y}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial y}=$________.

10. 微分方程 $2yy'-y^2-2=0$ 满足条件 $y(0)=1$ 的特解 $y=$__________.

11. 幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{(2n)!}x^n$ 在 $(0,+\infty)$ 内的和函数 $S(x)=$__________.

12. 设 Σ 为曲面 $x^2+y^2+4z^2=4(z\geqslant 0)$ 的上侧,则 $\iint\limits_{\Sigma}\sqrt{4-x^2-4z^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$________.

13. 设 $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)$ 为 3 阶矩阵. 若 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性无关,且 $\boldsymbol{\alpha}_3=-\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2$,则线性方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 的通解为________.

14. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{2}, & 0<x<2,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ $F(x)$ 为 X 的分布函数,EX 为 X 的数学期望,则 $P\{F(X)>EX-1\}=$__________.

三、解答题:15~23 小题,共 94 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(本题满分 10 分)

设函数 $y(x)$ 是微分方程 $y'+xy=\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ 满足条件 $y(0)=0$ 的特解.

(1)求 $y(x)$;

(2)求曲线 $y=y(x)$ 的凹凸区间及拐点.

16.(本题满分 10 分)

设 a,b 为实数,函数 $z=2+ax^2+by^2$ 在点(3,4)处的方向导数中,沿方向 $\boldsymbol{l}=-3\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$ 的方向导数最大,最大值为 10.

(1)求 a,b;

(2)求曲面 $z=2+ax^2+by^2$($z\geqslant 0$)的面积.

17.(本题满分 10 分)

求曲线 $y=\mathrm{e}^{-x}\sin x(x\geqslant 0)$ 与 x 轴之间图形的面积.

18.(本题满分 10 分)

设 $a_n=\int_0^1 x^n\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x(n=0,1,2,\cdots)$.

(1)证明:数列 $\{a_n\}$ 单调减少,且 $a_n=\dfrac{n-1}{n+2}a_{n-2}$ $(n=2,3,\cdots)$;

(2)求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{a_{n-1}}$.

19.(本题满分 10 分)

设 Ω 是由锥面 $x^2+(y-z)^2=(1-z)^2(0\leqslant z\leqslant 1)$ 与平面 $z=0$ 围成的锥体,求 Ω 的形心坐标.

20.(本题满分 11 分)

设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(1,3,2)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(1,a,3)^{\mathrm{T}}$ 为 $\mathbf{R}^3$ 的一个基,$\boldsymbol{\beta}=(1,1,1)^{\mathrm{T}}$ 在这个基下的坐标为 $(b,c,1)^{\mathrm{T}}$.

(1)求 a,b,c;

(2)证明 $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\beta}$ 为 $\mathbf{R}^3$ 的一个基,并求 $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\beta}$ 到 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 的过渡矩阵.

21.(本题满分 11 分)

已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-2&-2&1\\2&x&-2\\0&0&-2\end{pmatrix}$ 与 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}2&1&0\\0&-1&0\\0&0&y\end{pmatrix}$ 相似.

(1)求 x,y;

(2)求可逆矩阵 $\boldsymbol{P}$ 使得 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}=\boldsymbol{B}$.

22.(本题满分 11 分)

设随机变量 X 与 Y 相互独立,X 服从参数为 1 的指数分布,Y 的概率分布为 $P\{Y=-1\}=p,P\{Y=1\}=1-p(0<p<1)$,令 $Z=XY$.

(1)求 Z 的概率密度;

(2) p 为何值时,X 与 Z 不相关?

(3) X 与 Z 是否相互独立?

23.(本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\sigma^2)=\begin{cases}\dfrac{A}{\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x\geqslant\mu,\\ 0, & x<\mu,\end{cases}$$

其中 μ 是已知参数,$\sigma>0$ 是未知参数,A 是常数. $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本.

(1)求 A;

(2)求 σ^2 的最大似然估计量.

答案速查

一、选择题

1. C. 2. B. 3. D. 4. D. 5. C. 6. A. 7. C. 8. A.

二、填空题

9. $\dfrac{y}{\cos x}+\dfrac{x}{\cos y}$. 10. $\sqrt{3\mathrm{e}^x-2}$. 11. $\cos\sqrt{x}$. 12. $\dfrac{32}{3}$. 13. $\boldsymbol{x}=k(1,-2,1)^{\mathrm{T}},k\in\mathbf{R}$. 14. $\dfrac{2}{3}$.

三、解答题

15. (1) $y=x\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$. (2) 曲线 $y=y(x)$ 在 $(-\sqrt{3},0)$ 及 $(\sqrt{3},+\infty)$ 内是凹的,在 $(-\infty,-\sqrt{3})$ 及 $(0,\sqrt{3})$ 内是凸的. 拐点为 $(-\sqrt{3},-\sqrt{3}\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}}),(0,0),(\sqrt{3},\sqrt{3}\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}})$.

16. (1) $a=-1,b=-1$. (2) $\dfrac{13\pi}{3}$.

17. $\dfrac{\mathrm{e}^{\pi}+1}{2(\mathrm{e}^{\pi}-1)}$.

18. (1) 略. (2) 1.

19. $\left(0,\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{4}\right)$.

20. (1) $a=3,b=2,c=-2$. (2) $\begin{pmatrix}1&1&0\\-\frac{1}{2}&0&1\\\frac{1}{2}&0&0\end{pmatrix}$.

21. (1) $x=3,y=-2$. (2) $\begin{pmatrix}1&1&1\\-2&-1&-2\\0&0&-4\end{pmatrix}$.

22. (1) $f_Z(z)=\begin{cases}p\mathrm{e}^{z}, & z<0,\\(1-p)\mathrm{e}^{-z}, & z\geqslant 0.\end{cases}$ (2) $p=\dfrac{1}{2}$. (3) X 与 Z 不相互独立.

23. (1) $A=\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}$. (2) $\hat{\sigma^2}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$.

2020 年全国硕士研究生招生考试数学一试题

姓名________　　分数________

一、选择题:1 ～ 8 小题,每小题 4 分,共 32 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的.

1. 当 $x \to 0^+$ 时,下列无穷小量中最高阶的是

A. $\int_0^x (e^{t^2}-1)\mathrm{d}t$.　　B. $\int_0^x \ln(1+\sqrt{t^3})\mathrm{d}t$.

C. $\int_0^{\sin x} \sin t^2 \mathrm{d}t$.　　D. $\int_0^{1-\cos x} \sqrt{\sin^3 t}\,\mathrm{d}t$.

2. 设函数 $f(x)$ 在区间 $(-1,1)$ 内有定义,且 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$,则

A. 当 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{\sqrt{|x|}}=0$ 时,$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导.

B. 当 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=0$ 时,$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导.

C. 当 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导时,$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{\sqrt{|x|}}=0$.

D. 当 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导时,$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=0$.

3. 设函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处可微,$f(0,0)=0$,$\boldsymbol{n}=\left(\dfrac{\partial f}{\partial x},\dfrac{\partial f}{\partial y},-1\right)\Big|_{(0,0)}$,非零向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 与 $\boldsymbol{n}$ 垂直,则

A. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{|\boldsymbol{n}\cdot(x,y,f(x,y))|}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 存在.　　B. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{|\boldsymbol{n}\times(x,y,f(x,y))|}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 存在.

C. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{|\boldsymbol{\alpha}\cdot(x,y,f(x,y))|}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 存在.　　D. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{|\boldsymbol{\alpha}\times(x,y,f(x,y))|}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 存在.

4. 设 R 为幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n x^n$ 的收敛半径,r 是实数,则

A. 当 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_{2n}r^{2n}$ 发散时,$|r|\geqslant R$.　　B. 当 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_{2n}r^{2n}$ 收敛时,$|r|\leqslant R$.

C. 当 $|r|\geqslant R$ 时,$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_{2n}r^{2n}$ 发散.　　D. 当 $|r|\leqslant R$ 时,$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_{2n}r^{2n}$ 收敛.

5. 若矩阵 $\boldsymbol{A}$ 经初等列变换化成 $\boldsymbol{B}$,则

A. 存在矩阵 $\boldsymbol{P}$,使得 $\boldsymbol{PA}=\boldsymbol{B}$.　　B. 存在矩阵 $\boldsymbol{P}$,使得 $\boldsymbol{BP}=\boldsymbol{A}$.

C. 存在矩阵 $\boldsymbol{P}$,使得 $\boldsymbol{PB}=\boldsymbol{A}$.　　D. 方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 与 $\boldsymbol{Bx}=\boldsymbol{0}$ 同解.

6. 已知直线 $l_1:\dfrac{x-a_2}{a_1}=\dfrac{y-b_2}{b_1}=\dfrac{z-c_2}{c_1}$ 与直线 $l_2:\dfrac{x-a_3}{a_2}=\dfrac{y-b_3}{b_2}=\dfrac{z-c_3}{c_2}$ 相交于一点. 记向量 $\boldsymbol{\alpha}_i=\begin{pmatrix}a_i\\b_i\\c_i\end{pmatrix}$,$i=1,2,3$,则

A. $\boldsymbol{\alpha}_1$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示.　　B. $\boldsymbol{\alpha}_2$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示.

C. $\boldsymbol{\alpha}_3$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性表示.　　D. $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关.

7. 设 A,B,C 为三个随机事件,且

$$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4},P(AB)=0,P(AC)=P(BC)=\frac{1}{12},$$

则 A,B,C 中恰有一个事件发生的概率为

A. $\dfrac{3}{4}$.　　B. $\dfrac{2}{3}$.　　C. $\dfrac{1}{2}$.　　D. $\dfrac{5}{12}$.

8. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 为来自总体 X 的简单随机样本,其中 $P\{X=0\}=P\{X=1\}=\dfrac{1}{2}$. $\Phi(x)$ 表示标准正态分布函数,则利用中心极限定理可得 $P\left\{\sum\limits_{i=1}^{100}X_i\leqslant 55\right\}$ 的近似值为

A. $1-\Phi(1)$.　　B. $\Phi(1)$.　　C. $1-\Phi(0.2)$.　　D. $\Phi(0.2)$.

二、填空题:9 ～ 14 小题,每小题 4 分,共 24 分.

9. $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{1}{e^x-1}-\dfrac{1}{\ln(1+x)}\right]=$ ________ .

10. 设 $\begin{cases}x=\sqrt{t^2+1},\\ y=\ln(t+\sqrt{t^2+1}),\end{cases}$ 则 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\Big|_{t=1}=$ ________ .

11. 若函数 $f(x)$ 满足 $f''(x)+af'(x)+f(x)=0(a>0)$,且 $f(0)=m,f'(0)=n$,则 $\int_0^{+\infty}f(x)\mathrm{d}x=$ ________ .

12. 设函数 $f(x,y)=\int_0^{xy}e^{xt^2}\mathrm{d}t$,则 $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}\Big|_{(1,1)}=$ ________ .

13. 行列式 $\begin{vmatrix}a&0&-1&1\\0&a&1&-1\\-1&1&a&0\\1&-1&0&a\end{vmatrix}=$ ________ .

14. 设 X 服从区间 $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上的均匀分布,$Y=\sin X$,则 $\mathrm{Cov}(X,Y)=$ ________ .

三、解答题:15 ～ 23 小题,共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(本题满分 10 分)

求函数 $f(x,y)=x^3+8y^3-xy$ 的极值.

16.(本题满分 10 分)

计算曲线积分 $I=\int_L\dfrac{4x-y}{4x^2+y^2}\mathrm{d}x+\dfrac{x+y}{4x^2+y^2}\mathrm{d}y$,其中 L 是 $x^2+y^2=2$,方向为逆时针方向.

17.(本题满分 10 分)

设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1,(n+1)a_{n+1}=\left(n+\dfrac{1}{2}\right)a_n$,证明:当 $|x|<1$ 时,幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n x^n$ 收敛,并求其和函数.

18.（本题满分 10 分）

设 Σ 为曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}\,(1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4)$ 的下侧，$f(x)$ 是连续函数，计算

$$I=\iint\limits_{\Sigma}[xf(xy)+2x-y]\mathrm{d}y\mathrm{d}z+[yf(xy)+2y+x]\mathrm{d}z\mathrm{d}x+[zf(xy)+z]\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

19.（本题满分 10 分）

设函数 $f(x)$ 在区间$[0,2]$上具有连续导数，$f(0)=f(2)=0$，$M=\max\limits_{x\in[0,2]}\{|f(x)|\}$. 证明：

(1) 存在 $\xi\in(0,2)$，使得 $|f'(\xi)|\geqslant M$；

(2) 若对任意的 $x\in(0,2)$，$|f'(x)|\leqslant M$，则 $M=0$.

20.（本题满分 11 分）

设二次型 $f(x_1,x_2)=x_1^2-4x_1x_2+4x_2^2$ 经正交变换 $\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=\boldsymbol{Q}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}$ 化为二次型 $g(y_1,y_2)=ay_1^2+4y_1y_2+by_2^2$，其中 $a\geqslant b$.

(1) 求 a,b 的值；

(2) 求正交矩阵 $\boldsymbol{Q}$.

21.（本题满分 11 分）

设 $\boldsymbol{A}$ 为 2 阶矩阵，$\boldsymbol{P}=(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{A\alpha})$，其中 $\boldsymbol{\alpha}$ 是非零向量且不是 $\boldsymbol{A}$ 的特征向量.

(1) 证明 $\boldsymbol{P}$ 为可逆矩阵；

(2) 若 $\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{A\alpha}-6\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{0}$，求 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}$，并判断 $\boldsymbol{A}$ 是否相似于对角矩阵.

22.（本题满分 11 分）

设随机变量 X_1,X_2,X_3 相互独立，其中 X_1 与 X_2 均服从标准正态分布，X_3 的概率分布为 $P\{X_3=0\}=P\{X_3=1\}=\dfrac{1}{2}$. $Y=X_3X_1+(1-X_3)X_2$.

(1) 求二维随机变量 (X_1,Y) 的分布函数，结果用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 表示；

(2) 证明随机变量 Y 服从标准正态分布.

23.（本题满分 11 分）

设某种元件的使用寿命 T 的分布函数为

$$F(t)=\begin{cases}1-\mathrm{e}^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^m}, & t\geqslant 0,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

其中 θ,m 为参数且大于零.

(1) 求概率 $P\{T>t\}$ 与 $P\{T>s+t\mid T>s\}$，其中 $s>0,t>0$；

(2) 任取 n 个这种元件做寿命试验，测得它们的寿命分别为 $t_1,t_2,\cdots,t_n$. 若 m 已知，求 θ 的最大似然估计值 $\hat{\theta}$.

答案速查

一、选择题

1. D.　2. C.　3. A.　4. A.　5. B.　6. C.　7. D.　8. B.

二、填空题

9. -1.　10. $-\sqrt{2}$.　11. $am+n$.　12. $4\mathrm{e}$.　13. $a^2(a^2-4)$.　14. $\dfrac{2}{\pi}$.

三、解答题

15. 极小值为 $f\left(\dfrac{1}{6},\dfrac{1}{12}\right)=-\dfrac{1}{216}$.

16. $I=\pi$.

17. 证明略.　$S(x)=2\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}-1\right)$.

18. $I=\dfrac{14}{3}\pi$.

19. 略.

20. (1) $a=4,b=1$.　(2) $\boldsymbol{Q}=\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix}4 & -3\\ -3 & -4\end{pmatrix}$.

21. (1) 略.　(2) $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}=\begin{pmatrix}0 & 6\\ 1 & -1\end{pmatrix}$；$\boldsymbol{A}$ 可相似于对角矩阵.

22. (1) (X_1,Y) 的分布函数为 $F(x,y)=\dfrac{1}{2}\Phi(x)\Phi(y)+\dfrac{1}{2}\Phi(\min\{x,y\})$.　(2) 略.

23. (1) $P\{T>t\}=\mathrm{e}^{-\frac{t^n}{\theta^m}}$；$P\{T>s+t\mid T>s\}=\mathrm{e}^{-\frac{(s+t)^m-s^m}{\theta^m}}$.　(2) $\hat{\theta}=\left(\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}t_i^m\right)^{\frac{1}{m}}$.

2020 年全国硕士研究生招生考试数学一试题